Central 2-arrangement に関する微分作用素環のネター性について

中島規博（北大・理）

2010.3

Holm は central arrangement の座標環の微分作用素環の研究を行った．特に，S を多項式環とすると，S のイデアル I に対して，I を保存する微分作用素の集合 $\Delta(I)$ が階数により直和分解されることを証明した．また，Holm は多項式環が 2 変数の場合の $\Delta(I)$ の多項式環上の左加群としての基底を与えた．

今，S が 2 変数多項式環のときを考える．$Q = p_1 \cdots p_r$ を $\mathbb{C}^2$ の central arrangement の定義イデアルとして $I = Q\mathbb{C}[x_1, x_2]$ とおく．Holm により与えられた $\Delta^{(m)}(I)$ の左 $\mathbb{C}[x_1, x_2]$-加群としての基底による表示と $\Delta(I)$ の階数での直和分解により，微分作用素環 $D(\mathbb{C}[x_1, x_2]/I) \cong \Delta(I)/ID(S)$ の元の具体的な計算が可能になる．任意の $i = 1, \ldots, r$ に対して両側イデアル L_i を $L_i = \Delta(I) \cap (p_1 \cdots p_i)D(S)$ と定義する．今回，$\Delta(I)$ の両側イデアルの列

$$ID(S) = L_r \subseteq L_{r-1} \subseteq \cdots \subseteq L_1 \subseteq L_0 = \Delta(I)$$

の各剰余 L_{i-1}/L_i の具体的な計算にグレブナー基底の手法を用いることで，central 2-arrangement に関する微分作用素環が右ネターかつ左ネターな環であることを証明した．

一方で，central arrangement に関する微分作用素環を order filtration によって次数化した環はネター環であるとは限らない．

本講演では, central 2-arrangement に関する微分作用素環のネター性と order filtration によって次数化した環がネター環でない具体例について講演する．