有限群の群代数上の Scott 加群

高橋萌子 (千葉大学理学研究科 M2)

有限群のモジュラー表現とは，素数標数をもつ体上での有限群の表現であり，約 70 年前に Brauer によって研究が始められ，基礎が築かれた．p を素数，k を標数 p の代数閉体，G を有限群とするとき，k 上の G の表現を考えることは kG-加群を考えることと同値なので，モジュラー表現論では指標だけではなく加群の研究が重要である．

有限群 G のブロックとは、体 k 上の群代数 kG を $k[G \times G]$-加群とみなしたときの直既約直和因子のことであるが，ブロックの研究は中心的な課題となっている。全ての有限生成 kG-加群は，直既約加群の直和に分解され，直既約加群の全体は各々のブロックに分割されることから，各ブロックに属する直既約加群を調べることで kG-加群の構造を知ることができる．また，各直既約 kG-加群に対して，vertex と呼ばれる G の p-部分群が G-共役を除いて一意的に存在する．

Scott 加群とは，自明な source をもつ加群であって，自明な加群を部分加群にもつものである．(H を G の部分群とするとき，H の自明な加群を G へ誘導した加群の直既約直和因子を，自明な source をもつ加群とよぶ.) 自明な source をもつ加群はその構造が指標の計算から分かるので，取扱い易い加群である．その中でも，Scott 加群は必ず存在し，かつ同型を除いて一意的である．Scott 加群について極端な場合を述べておくと，自明な群を vertex にもつ Scott 加群は直既約射影加群であり，G の Sylow p-群を vertex にもつ Scott 加群は自明な kG-加群である．

今回，G が位数 p^n $(n > 1)$ の巡回 Sylow p-群をもつ場合について，Sylow p-群より真に小さい，自明でない群を vertex にもつ Scott 加群の構造を決定した．これまでは，Scott 加群を求めるために指標を用いて Green 対応を計算しなければならなかったが，Brauer tree の形と通常指標の非自明な p-元上での値によって，Scott 加群と対応する通常指標が得られることになる．今回の研究は，越谷・功刀 [1] を動機としている．

本講演では，主定理とその証明の概要，またいくつかの例について述べる．

参考文献

[1] Koshitani,S., Kunugi,N.: Trivial source modules in blocks with cyclic defect groups, To appear in Math.Z.