

# Derivation のコホモロジーにおける Whitehead product について

内藤貴仁 (信州大学大学院工学系研究科)

一般に位相空間  $Z$  (少し仮定は必要だが) が与えられた時に、differential graded algebra (以下 dga)  $(\Lambda V_Z, d)$  で  $Z$  の有理コホモロジー環と  $(\Lambda V_Z, d)$  のコホモロジーが次数付き環として同型  $H^*(Z; \mathbb{Q}) \cong H^*(\Lambda V_Z, d)$  となるものが存在する。ここで  $\Lambda V_Z$  は次数付き有理数体  $\mathbb{Q}$  上ベクトル空間  $V_Z$  で生成される自由代数で、微分  $d$  は  $\text{Im} d \subset \Lambda^+ V_Z \cdot \Lambda^+ V_Z$  をみたすようにとれる。また連続写像  $g : Z_1 \rightarrow Z_2$  が与えられると、dga の射  $\bar{g} : \Lambda V_{Z_2} \rightarrow \Lambda V_{Z_1}$  が得られる。

[BL], [LS] では  $n \geq 2$  に対し次の同型を与えている :

$$\pi_n(\text{map}(X, Y; f)) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} \cong H^{-n}(\text{Der}^*(\Lambda V_Y, \Lambda V_X; \bar{f})).$$

ここで  $\pi_n(\text{map}(X, Y; f))$  は連続写像  $f : X \rightarrow Y$  を連結成分に含む写像空間  $\text{map}(X, Y; f)$  の  $n$  次ホモトピー群、 $\text{Der}^n(\Lambda V_Y, \Lambda V_X; \phi)$  は  $\Lambda V_Y$  から  $\Lambda V_X$  への次数  $n$  の  $\bar{f}$ -derivation (つまり  $\theta(ab) = \theta(a)\bar{f}(b) + (-1)^{\text{deg } a}\bar{f}(a)\theta(b)$  をみたすもの) 全体である。

講演では、ホモトピー群で定義される Whitehead product と呼ばれるオペレーションが上の [BL]、[LS] の同型射で対応するような、derivation のコホモロジー  $H^*(\text{Der}^*(\Lambda V_Y, \Lambda V_X; \bar{f}))$  のオペレーションについて話したいと思う。

## 参考文献

- [BL] J.Block and A.Lazarev, André-Quillen cohomology and rational homotopy of function spaces, Adv. Math., **193** (2005), 18-39.
- [BM] U.Buijs and A.Murillo, The rational homotopy Lie algebra of function spaces, Comment. Math. Helv., **83** (2008), 723-739.
- [LS] G.Lupton and S.Smith, Rationalized evaluation subgroups of a map I : Sullivan models, derivations and G-sequences, Journal of Pure and Applied Algebra, **209** (2007), 159-171.