Bernoulli-type relations in some noncommutative polynomial ring

村田駿祐（筑波大学数理物質科学研究科）

K を標数 0 の体とし，$K[x,y]$ を x,y からなる 2 変数非可換多項式環とする．また $I = \langle xy - yx - x \rangle$ を $xy - yx - x$ から生成される $K[x,y]$ のイデアルとし，$A = K[x,y]/I$，すなわち非可換多項式環 $K[x,y]$ をイデアル I で割った剰余環とする．以後，A における元 $\bar{x} = x + I$，$\bar{y} = y + I$ を（記号を流用して）それぞれ x，y と表記する．このとき，次の事実が成り立つ．

定理 1. (Bernoulli-type relations)
A を上のように定義し，A の元 $w_{k,\ell}$ を

$$w_{k,\ell} = (xy^k - y^k x)x^\ell \in A \quad (k \geq 1, \ell \geq 0)$$

とおく．このとき，次の関係式が成り立つ．

$$\begin{aligned} xw_{k,\ell} &= \sum_{i=1}^{k} \binom{k}{i} w_{i,\ell+1} \\ yw_{k,\ell} &= \frac{k}{k+1} w_{k+1,\ell} - \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{k+1} \binom{k+1}{i} B_{k+1-i} w_{i,\ell} \end{aligned}$$

□

ここで $\binom{k}{i}$ は 2 項係数であり，B_n は $B_1 = 1/2$ をとるベルヌーイ数である．この関係式を "Bernoulli-type relations" と呼ぶことにする．今回の講演ではこの Bernoulli-type relations に関係する結果についてお話します．

References

[1] S. Murata, *Bernoulli-type Relations in Some Noncommutative Polynomial Ring*, arXiv:0912.1711