ジョンソン・スキームの隣接代数のモジュラー表現について

前川　悠　(信州大学工学系研究科)

アソシエーション・スキームは元々, 組み合わせ論的な研究対象であるから, その研究は組み合わせ論的な手法によるものが多い。しかし、多くの組み合わせ論的な議論は扱う集合が大きくなるともはや手に負えないほど複雑で難しくなる。そこでアソシエーション・スキームから自然に得られる隣接代数という代数の線型表現を考える。

隣接代数は, 群環と似ていて, 標数 0 の体上では半単純, 正標数ではそうとは限らない。ここでは正標数, 特に素体上の表現を考える。正標数の場合は隣接代数に関する理論が確立しておらず, 何もわかっていないのが現状である。しかし, 隣接代数は有限次元代数であり, ハミング・スキームやジョンソン・スキームといったパラメータがわかっている対称なアソシエーションスキームには有用な基底が存在し, それを用いて具体的に計算をすることができる。

ハミング・スキームに関しては吉川昌慶氏が完全決定を行った。私はジョンソン・スキームに対して同様の議論を行い, モジュラー表現の理論を構築したい。

ジョンソン・スキームの隣接代数 $F \cdot \mathrm{J}(m,n)$ の計算のしやすい F -基底を $\{C_i | i = 0, \cdots, n\}$ と存在する。以下の定理はその F -基底に関するものである。

定理 1. [Maekawa,Yoshikawa] p を素数とし、 t を自然数とする。この時以下が成立する。

$$F \cdot \mathrm{J}(2(p^t-1), p^t-1) \cong F \cdot \mathrm{J}(2(p-1), p-1)^{\otimes t}$$

定理 2. [Maekawa,Yoshikawa] m を自然数, $0 \leq n \leq \frac{m}{2}$ とし, $\{C_i | 0 \leq i \leq n\}$ を $F \cdot \mathrm{J}(m,n)$ の基底, $\{C'_j | 0 \leq j \leq n-1\}$ を $F \cdot \mathrm{J}(m-2, n-1)$ の基底とする。この時, f を,

$$f : F \cdot \mathrm{J}(m,n) \to F \cdot \mathrm{J}(m-2,n-1) \quad \left(C_i \mapsto \begin{cases} C'_{i-1} & (1 \leq i \leq n) \\ 0 & (i = 0) \end{cases} \right) \quad (F\text{-線形写像})$$

と定めると f は 全射多元環準同型写像 となる。

定理 3. [Maekawa,Yoshikawa] ジョンソン・スキーム $\mathrm{J}(m,n)$ を考える。 i を $\min\{\alpha \in \mathbb{N} | n < p^\alpha\}$ を満たす i とする。この時、$m = kp^i + q$ となる自然数 k と $0 \leq q < p^i$ が存在し

$$F \cdot \mathrm{J}(m,n) = F \cdot \mathrm{J}(kp^i + q, n) \cong F \cdot \mathrm{J}(p^i + q, n)$$

が言える。

今回の発表では, これらの定理を紹介しこれからの研究の展望を述べる。