可算表現型の超曲面について

飯間 圭一郎 （岡山大学大学院自然科学研究科）

この講演の内容は, 荒谷督司氏, 高橋亮氏との共同研究に基づくものである.

この講演を通して, k を標数 0 の代数閉体とし, R を体 k 上の完備な超曲面とする. 有限生成 R 加群全体のなす圏を $\mathrm{mod}(R)$ と表わし, 極大 Cohen-Macaulay R 加群全体のなす充満部分圏を $\mathrm{CM}(R)$, その安定圏を $\underline{\mathrm{CM}}(R)$ と表わす.

R が有限表現型であるとき, R は剰余環 $k[[x_0, x_1, x_2, \ldots, x_d]]/(f)$,

$$f = \begin{cases} x_0^2 + x_1^{n+1} + x_2^2 + \cdots + x_d^2 & (A_n)\ (n \geq 1) \\ x_0^2 x_1 + x_1^{n-1} + x_2^2 + \cdots + x_d^2 & (D_n)\ (n \geq 4) \\ x_0^3 + x_1^4 + x_2^2 + \cdots + x_d^2 & (E_6) \\ x_0^3 + x_0 x_1^3 + x_2^2 + \cdots + x_d^2 & (E_7) \\ x_0^3 + x_1^5 + x_2^2 + \cdots + x_d^2 & (E_8) \end{cases}$$

と同型である. このとき, $\mathrm{CM}(R)$ の全ての対象と射が完全に分類されている. すなわち, $\underline{\mathrm{CM}}(R)$ の AR-クイバーが与えられている ([1,3,4,5] を参照). R が可算無限表現型であるとき, R は剰余環 $k[[x_0, x_1, x_2, \ldots, x_d]]/(f)$,

$$f = \begin{cases} x_0^2 + x_2^2 + \cdots + x_d^2 & (A_\infty^d) \\ x_0^2 x_1 + x_2^2 + \cdots + x_d^2 & (D_\infty^d) \end{cases}$$

と同型である. このとき, $\mathrm{CM}(R)$ の全ての対象は完全に分類されているが, 射については全ては分類されていない ([1,2,4] を参照). この講演の目的は $\mathrm{CM}(R)$ の対象の間の関係を調べることである.

極大イデアル以外の素イデアルで局所化したときに自由である R 加群全体のなす $\mathrm{CM}(R)$ の充満部分圏を $\mathcal{P}(R)$ と表わす. 直既約な極大 Cohen-Macaulay 加群 X で, $X \notin \mathcal{P}(R)$ をみたす加群の同型類全体のなす集合を $\mathcal{M}(R)$ とおく. さらに X の非自由軌跡を $\mathcal{V}(X)$ とおく.

この講演の主結果は次の定理である．

定理 1 R は可算無限表現型であるとする．$\mathfrak{p}_R = (x_0, x_2, \ldots, x_d)$, $\mathfrak{m}_R = (x_0, x_1, x_2, \ldots, x_d)$ とおく．このとき，次の条件をみたす極大 Cohen-Macaulay 加群 X_R が存在する．

(1) $\mathcal{M}(R) = \{X_R, \Omega X_R\}$

(2) $\mathcal{V}(X_R) = \mathcal{V}(\Omega X_R) = \{\mathfrak{p}_R, \mathfrak{m}_R\}$

(3) 各 $M \in \mathcal{P}(R)$ に対し，

$$0 \to L \to M \oplus R^n \to N \to 0$$

$(L, N \in \{X_R, \Omega X_R\},\ n \in \mathbb{N}_0)$ をみたす完全列が存在する．

参考文献

[1] R.-O. Buchweitz.; G.-M. Greuel.; F.-O. Schreyer. Cohen-Macaulay modules on hypersurface singularities II. *Invent. math.* **88** (1987), 165–182.

[2] I. Burban.; Y. Drozd. Maximal Cohen-Macaulay modules over surface singularities. *Trends in Representations of Algebras and Related Topics*. EMS Publishing House, 101–166, 2008.

[3] H. Knörrer. Cohen-Macaulay modules on hypersurface singularities I. *Invent. math.* **88** (1987), 153–164.

[4] F.-O. Schreyer. Finite and countable CM-representation type, Singularities, representation of algebras, and vector bundles. *Springer Lecture Notes in Math.* **1273** (1987), 9–34.

[5] Y. Yoshino. *Cohen-Macaulay Modules over Cohen-Macaulay Rings*. London mathematical Society Lecture Note Series, 146. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.