行列式環の F-pure threshold

名古屋大学 多元数理科学研究科 博士前期課程 2 年
千葉 隆宏

正標数の可換環には、フロベニウス写像を用いていくつかの重要な不変量が定義される。私は特にその中でも、フロベニウス写像の分裂性に関する F-pure 性とその限界である F-pure threshold と呼ばれる不変量について研究している。これらはまだ具体的に計算することが難しいことが多く、例えば行列式環等のよく知られた環に対しても満足とはいえない状況にある。本講演では、F-pure threshold の基本的な性質からはじめ、F-pure threshold のいくつかの計算例について解説する。

F-pure threshold とは, 正標数の環とそのイデアルの組が pure となる実数の上限である.

定義. R を標数 $p > 0$ の環で F-finite であるとし, $\mathfrak{a}$ を R のイデアルで $\mathfrak{a} \cap R^\circ \neq \emptyset$ であるものとする. $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ とするとき, 組 $(R, \mathfrak{a}^t)$ が F**-pure** であるとは, 十分大きな $q = p^e$ に対して $d \in \mathfrak{a}^{\lfloor t(q-1) \rfloor}$ が存在し,

$$R \xrightarrow{F^e} R \xrightarrow{d} R$$

が split することである.

組 $(R, \mathfrak{a})$ の F**-pure threshold** を

$$\mathrm{fpt}(R, \mathfrak{a}) = \sup\{t \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid (R, \mathfrak{a}^t) \text{ は } F\text{-pure}\}$$

と定める.

参考文献

[1] S. Takagi, K.-i. Watanabe, On F-pure thresholds. J. Algebra 282 (2004), no. 1, 278–297.